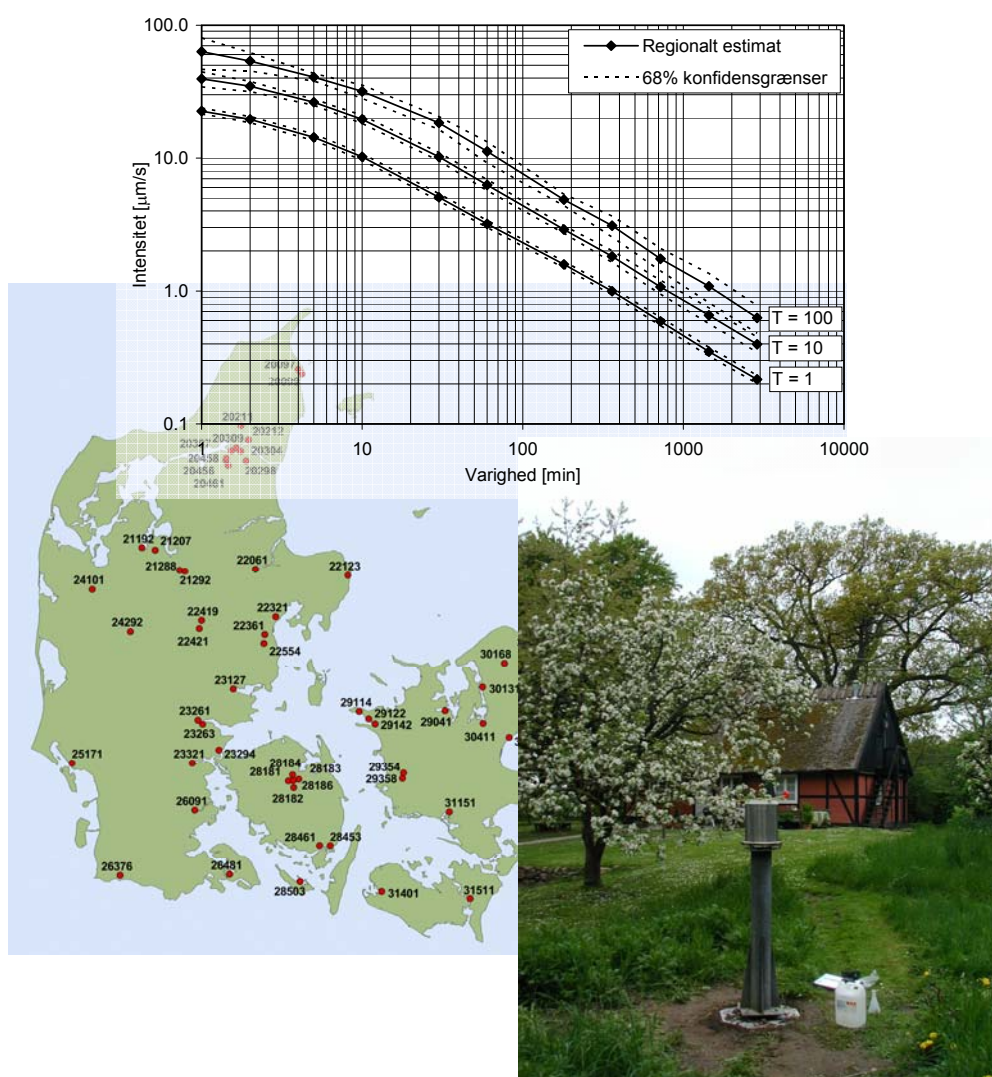


## Regneark til regional estimation af *T*-års hændelser af nedbørsvariable

### Teknisk dokumentation og brugervejledning



# 1. Indledning

I forbindelse med udgivelse af Spildevandskomiteens skrift nr. 26 ”Regional variation af ekstremregn i Danmark” (Mikkelsen et al., 1999) blev der udarbejdet et regneark til estimation af regionale  $T$ -års hændelser og tilhørende prediktionsusikkerheder. I Version 2.0 blev dette regneark opdateret med regionale estimater for intensiteter med varighed på 1, 2 og 5 minutter. I nærværende Version 3.0 er regnearket opdateret med resultater fra analyse af data fra Regnmålersystemet for perioden 1979-2005 som danner grundlag for Spildevandskomiteens skrift nr. 28 ”Regional variation af ekstremregn i Danmark – Ny bearbejdning (1979-2005)” (Arnbjerg-Nielsen et al., 2006).

Programmet kan benyttes til estimation af regionale  $T$ -års hændelser og tilhørende prediktionsusikkerheder på en vilkårlig lokalitet i Danmark som funktion af årsmiddelnedbøren og den subregionale placering (øst eller vest for Storebælt). I alt betragtes 17 forskellige nedbørsvariable, se Tabel 1. For en nærmere beskrivelse og definition af de analyserede nedbørsvariable henvises til (Mikkelsen et al., 1999).

**Tabel 1** Oversigt over analyserede nedbørsvariable.

Nedbørsvariabel	Symbol
Maksimal middelintensitet, varighed 1 min.	i1m
Maksimal middelintensitet, varighed 2 min.	i2m
Maksimal middelintensitet, varighed 5 min.	i5m
Maksimal middelintensitet, varighed 10 min.	i10m
Maksimal middelintensitet, varighed 30 min.	i30m
Maksimal middelintensitet, varighed 60 min.	i60m
Maksimal middelintensitet, varighed 3 timer	i3h
Maksimal middelintensitet, varighed 6 timer	i6h
Maksimal middelintensitet, varighed 12 timer	i12h
Maksimal middelintensitet, varighed 24 timer	i24h
Maksimal middelintensitet, varighed 48 timer	i48h
Regndybde (dybde per hændelse)	dph
Døgnedbør (dybde per døgn)	dpd
Bassinvolumen, afløbstal $a = 0.1 \mu\text{m/s}$	bv1
Bassinvolumen, afløbstal $a = 1.0 \mu\text{m/s}$	bv2
Overløbsvolumen, afløbstal $a = 0.1 \mu\text{m/s}$	ov1
Overløbsvolumen, afløbstal $a = 1.0 \mu\text{m/s}$	ov2

I det følgende gives en kort beskrivelse af beregningsproceduren, der ligger til grund for regnearket. Dernæst gives en vejledning til brug af regnearket, der beskriver det nødvendige input samt det beregnede output fra programmet.

## 2. Beregningsprocedure

I dette afsnit gives en oversigt over de benyttede formeludtryk og den anvendte beregningsgang til regional estimation af  $T$ -års hændelser. For en detaljeret beskrivelse af den regionale model og den grundlæggende statistiske analyse, der ligger til grund for modellen

henvises til de tekniske baggrundsrapporter (Madsen, 1998; Madsen, 2002; Madsen & Arnbjerg-Nielsen, 2006).

Et regionalt estimat af  $T$ -års hændelsen beregnes af følgende formel

$$\hat{z}_T = z_0 + \hat{\mu} \frac{1 + \hat{\kappa}}{\hat{\kappa}} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\hat{\lambda}T} \right)^{\hat{\kappa}} \right] \quad (1)$$

hvor  $z_0$  er det benyttede afskæringsniveau til definition af ekstremværdiserien,  $\lambda$  er det gennemsnitlige antal årlige overskridelser over niveauet  $z_0$ ,  $\mu$  er middelværdien af overskridelserne (middeloverskridelsen), og  $\kappa$  er en formparameter, der angiver formen af den regionale ekstremværdifordeling. En "hat" angiver et regionalt estimat af den pågældende parameter.

Den regionale model af  $T$ -års hændelsen er baseret på regionale modeller af de indgående modelparametre  $\lambda$ ,  $\mu$  og  $\kappa$ . Det regionale estimat af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser  $\hat{\lambda}$  bestemmes af årsmiddelnedbøren (ÅMN)

$$\hat{\lambda} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \text{ÅMN} \quad (2)$$

hvor  $\hat{\beta}_0$  og  $\hat{\beta}_1$  er de fra regressionsanalysen estimerede regressionsparametre. Den regionale model for middeloverskridelsen  $\hat{\mu}$  baseres på følgende subregionale opdeling

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \hat{\mu}_1 & , \text{ Region Vest} \\ \hat{\mu}_2 & , \text{ Region Øst} \end{cases} \quad (3)$$

Det regionale estimat af formparameteren  $\kappa$  regnes konstant i hele landet. De i (1) - (3) indgående parametre for de 17 analyserede nedbørsvariable er angivet i Tabel 2-4.

Usikkerheden på det regionale  $T$ -års estimat, prediktionsvariansen, beregnes af følgende formel

$$\text{Var}\{\hat{z}_T\} = \left( \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \lambda} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\lambda}\} + \left( \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \mu} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\mu}\} + \left( \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \kappa} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\kappa}\} \quad (4)$$

hvor de partielt afledede af  $z_T$ , bestemt af (1), er givet ved

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \lambda} &= \mu(1 + \kappa)T(\lambda T)^{-\kappa-1} \\ \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \mu} &= \frac{1 + \kappa}{\kappa} [1 - (\lambda T)^{-\kappa}] \\ \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \kappa} &= \mu(1 + \kappa) \left[ \frac{1}{\kappa} (\lambda T)^{-\kappa} \ln(\lambda T) - \frac{1}{\kappa^2} [1 - (\lambda T)^{-\kappa}] \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Ved beregning af prediktionsvariansen indsættes de regionalt estimerede parametre i (5).

Prediktionsvariansen af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser,  $Var\{\hat{\lambda}\}$ , afhænger af årsmiddelnedbøren

$$Var\{\hat{\lambda}\} = Var\{\hat{\beta}_0\} + 2\hat{A}MN Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\} + \hat{A}MN^2 Var\{\hat{\beta}_1\} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (6)$$

hvor  $Var\{\hat{\beta}_0\}$ ,  $Var\{\hat{\beta}_1\}$  og  $Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\}$  er varians-kovariansen af de estimerede regressionsparametre og  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  er residualvariansen. Prediktionsvariansen af middelloverskridelsen  $Var\{\hat{\mu}\}$  afhænger af den subregionale opdeling

$$Var\{\hat{\mu}\} = \begin{cases} Var\{\hat{\mu}_1\} & , \text{ Region Vest} \\ Var\{\hat{\mu}_2\} & , \text{ Region Øst} \end{cases} \quad (7)$$

Prediktionsvariansen af formparameteren,  $Var\{\hat{\kappa}\}$ , regnes konstant i hele landet. De i (4) - (7) indgående størrelser for de 17 analyserede nedbørsvariable er angivet i Tabel 2-4.

Ved brug af (1)-(7) kan  $T$ -års hændelser og tilhørende prediktionsusikkerheder for hver af de 17 betragtede nedbørsvariable estimeres på en arbitrær lokalitet i Danmark, hvor årsmiddelnedbøren og det subregionale tilhørsforhold er kendt. Årsmiddelnedbøren og den subregionale placering af de 66 stationer, der er benyttet til opbygning af den regionale model, er vist i Tabel 5.

**Tabel 2** Afskæringsniveau samt regressionsparametre, varians-kovarians af regressionsparametrene og residualvariansen fra regression af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser med årsmiddelnedbøren.

Variabel	$z_0$ [μm/s] [mm]	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$ [·10 <sup>-3</sup> ]	$Var\{\hat{\beta}_0\}$	$Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\}$ [·10 <sup>-4</sup> ]	$Var\{\hat{\beta}_1\}$ [·10 <sup>-6</sup> ]	$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$
i1m	15.8	-0.523	6.53	0.609	-8.79	1.36	0.251
i2m	12.8	0.0792	5.49	0.584	-8.30	1.28	0.235
i5m	9.00	0.194	5.08	0.587	-8.34	1.28	0.247
i10m	6.00	0.561	5.06	0.628	-8.86	1.36	0.259
i30m	3.20	0.766	4.23	0.635	-9.02	1.39	0.275
i60m	2.10	0.952	3.85	0.651	-9.29	1.43	0.291
i3h	1.10	1.03	3.47	0.633	-9.13	1.41	0.275
i6h	0.730	0.121	4.39	0.550	-7.77	1.20	0.217
i12h	0.450	-0.712	5.07	0.513	-7.23	1.11	0.190
i24h	0.260	-2.11	7.48	0.521	-7.08	1.08	0.207
i48h	0.150	-3.66	10.7	0.471	-6.30	0.959	0.176
dpt	17.2	0.305	4.49	0.682	-9.79	1.51	0.334
dpn	19.4	-1.78	7.49	0.613	-8.76	1.35	0.288
bv1	17.0	-1.73	7.19	0.528	-7.44	1.14	0.233
bv2	5.40	1.23	2.96	0.464	-6.61	1.02	0.171
ov1	15.0	0.441	4.03	0.658	-9.46	1.46	0.324
ov2	6.80	0.361	4.13	0.455	-6.47	0.996	0.172

**Tabel 3** Regionalt estimat af middelloverskridelsen (i [ $\mu\text{m/s}$ ] for intensitetsvariable og [mm] for de øvrige variable) og tilhørende prediktionsvarians (i [ $(\mu\text{m/s})^2$ ] for intensitetsvariable og [ $(\text{mm})^2$ ] for de øvrige variable) i de 3 subregioner.

Variabel	Vest DK		Øst DK	
	$\hat{\mu}_1$	$Var\{\hat{\mu}_1\}$	$\hat{\mu}_2$	$Var\{\hat{\mu}_2\}$
i1m	5.97	0.135	5.97	0.135
i2m	5.78	0.119	5.78	0.119
i5m	4.71	$3.65 \cdot 10^{-2}$	4.71	$3.65 \cdot 10^{-2}$
i10m	3.45	$1.66 \cdot 10^{-2}$	3.45	$1.66 \cdot 10^{-2}$
i30m	1.74	$3.28 \cdot 10^{-3}$	1.74	$3.28 \cdot 10^{-3}$
i60m	1.03	$2.15 \cdot 10^{-3}$	1.03	$2.15 \cdot 10^{-3}$
i3h	0.466	$3.53 \cdot 10^{-4}$	0.466	$3.53 \cdot 10^{-4}$
i6h	0.263	$5.96 \cdot 10^{-4}$	0.292	$7.80 \cdot 10^{-4}$
i12h	0.167	$4.13 \cdot 10^{-4}$	0.183	$7.70 \cdot 10^{-4}$
i24h	0.0921	$5.70 \cdot 10^{-5}$	0.115	$2.29 \cdot 10^{-4}$
i48h	0.0551	$1.90 \cdot 10^{-5}$	0.0700	$6.96 \cdot 10^{-5}$
dpt	7.17	0.404	8.35	1.58
dpn	7.09	0.813	7.97	1.92
bv1	9.24	0.746	11.0	2.99
bv2	4.65	$6.55 \cdot 10^{-2}$	4.65	$6.55 \cdot 10^{-2}$
ov1	6.66	0.315	7.76	1.26
ov2	5.10	$5.11 \cdot 10^{-2}$	5.10	$5.11 \cdot 10^{-2}$

**Tabel 4** Regionalt estimat af L-CV og formparameteren med tilhørende prediktionsvarians.

Variabel	$\hat{\tau}_2$	$Var\{\hat{\tau}_2\}$	$\hat{\kappa}$	$Var\{\hat{\kappa}\}$
i1m	0.541	$9.20 \cdot 10^{-4}$	-0.152	$1.07 \cdot 10^{-2}$
i2m	0.526	$2.94 \cdot 10^{-4}$	-0.0971	$3.85 \cdot 10^{-3}$
i5m	0.520	$3.21 \cdot 10^{-5}$	-0.0769	$4.39 \cdot 10^{-4}$
i10m	0.531	$1.33 \cdot 10^{-4}$	-0.116	$1.68 \cdot 10^{-3}$
i30m	0.556	$1.17 \cdot 10^{-4}$	-0.200	$1.22 \cdot 10^{-3}$
i60m	0.557	$3.65 \cdot 10^{-4}$	-0.205	$3.79 \cdot 10^{-3}$
i3h	0.547	$9.87 \cdot 10^{-5}$	-0.170	$1.11 \cdot 10^{-3}$
i6h	0.552	$3.66 \cdot 10^{-4}$	-0.189	$3.94 \cdot 10^{-3}$
i12h	0.539	$3.66 \cdot 10^{-4}$	-0.145	$4.33 \cdot 10^{-3}$
i24h	0.540	$7.60 \cdot 10^{-4}$	-0.149	$8.93 \cdot 10^{-3}$
i48h	0.528	$6.42 \cdot 10^{-4}$	-0.105	$8.28 \cdot 10^{-3}$
dpt	0.545	$6.59 \cdot 10^{-4}$	-0.166	$7.46 \cdot 10^{-3}$
dpn	0.532	$2.33 \cdot 10^{-4}$	-0.119	$2.91 \cdot 10^{-3}$
bv1	0.548	$3.17 \cdot 10^{-4}$	-0.176	$3.51 \cdot 10^{-3}$
bv2	0.578	$7.61 \cdot 10^{-4}$	-0.268	$6.84 \cdot 10^{-3}$
ov1	0.559	$3.50 \cdot 10^{-4}$	-0.210	$3.58 \cdot 10^{-3}$
ov2	0.565	$1.22 \cdot 10^{-3}$	-0.231	$1.19 \cdot 10^{-2}$

**Tabel 5** Årsmiddelnedbør (ÅMN) og subregional placering (1: Region Vest, 2: Region Øst) af de 66 analyserede stationer, der er grundlaget for opbygning af den regionale estimationsmodel.

Station	ÅMN [mm]	Region	Station	ÅMN [mm]	Region	Station	ÅMN [mm]	Region
20097	644	1	28186	657	1	30317	639	2
20099	631	1	28453	669	1	30318	622	2
20211	655	1	29009	515	2	30319	635	2
20304	628	1	29041	551	2	30321	644	2
20461	711	1	29354	596	2	30325	610	2
22321	646	1	29429	525	2	30326	616	2
22361	661	1	30031	618	2	30348	576	2
22421	719	1	30131	598	2	30351	574	2
22554	656	1	30168	658	2	30352	574	2
23127	696	1	30191	664	2	30353	556	2
23261	789	1	30201	676	2	30381	633	2
23294	711	1	30208	619	2	30384	630	2
23321	767	1	30211	603	2	30386	613	2
23345	813	1	30221	638	2	30395	609	2
24292	827	1	30222	640	2	30411	580	2
25171	775	1	30309	644	2	30451	587	2
26091	789	1	30311	610	2	31031	543	2
26376	818	1	30312	608	2	31151	578	2
26481	668	1	30313	593	2	31231	597	2
28181	670	1	30314	617	2	31401	563	2
28183	665	1	30315	657	2	31511	600	2
28184	648	1	30316	612	2	32097	522	2

### 3. Input

Input i form af årsmiddelnedbør og subregional placering for den pågældende lokalitet indtastes i arket **Beregn**, se Figur 1. For de 66 analyserede stationer er årsmiddelnedbør og subregional placering jvf. Tabel 5 indtastet som scenarier, og de regionale estimater for disse stationer kan vises ved brug af scenarie funktionen under menuen **Funktioner (Tools)**.

Microsoft Excel - Regional Estimation Ver\_3.0.xls

File Edit View Insert Format Tools Data Surround SCM Window Help

Type a question for help

14 B

Reply with Changes... Egd Review...

A1	Input																			
1	Input																			
2																				
3	Årsmiddelnedbør (mm)		700																	
4	Region		1																	
5	Region Vest = 1																			
6	Region Øst = 2																			
7																				
8																				
9	T-års estimat																			
10			Maksimal middelinintensitet																	
11			1 min		2 min		5 min		10 min		30 min		60 min		3 timer		6 timer		12 timer	
12	Gentagelsesperiode (T)		$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$
13	(år)		( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)	( $\mu\text{m/s}$ )	(mm)
14	1		23.69	1.14	20.42	0.98	15.05	0.74	10.68	0.54	5.29	0.29	3.32	0.19	1.63	0.082	1.01	0.051		
15	2		28.27	1.87	24.70	1.37	18.48	0.85	13.27	0.68	6.64	0.36	4.12	0.25	1.99	0.099	1.20	0.072		
16	5		35.11	3.61	30.81	2.26	23.30	1.08	17.04	1.02	8.73	0.53	5.36	0.43	2.52	0.14	1.51	0.118		
17	10		40.95	5.62	35.80	3.26	27.19	1.33	20.16	1.42	10.59	0.73	6.47	0.64	2.98	0.18	1.77	0.17		
18	20		47.44	8.33	41.15	4.57	31.28	1.65	23.54	1.97	12.72	1.01	7.75	0.95	3.50	0.25	2.08	0.25		
19	50		57.14	13.22	48.79	6.85	37.04	2.21	28.45	2.93	16.04	1.56	9.75	1.53	4.29	0.37	2.55	0.39		
20	100		65.42	18.08	55.04	9.03	41.67	2.74	32.53	3.87	18.99	2.14	11.53	2.14	4.97	0.49	2.96	0.53		
21																				
22							Bassinvolumen								Overløbsvolumen					
23			Regndybde				Døggnedbør				$a = 0.1 \mu\text{m/s}$				$a = 1.0 \mu\text{m/s}$					
24	Gentagelsesperiode (T)		$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$	$z_T$	$S\{z_T\}$
25	(år)		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
26	1		25.42	1.58	27.75	1.64	27.14	1.81	10.20	0.74	22.06	1.42	12.11	0.84						
27	2		30.81	2.25	32.98	2.29	34.07	2.54	13.77	1.15	27.09	1.92	15.98	1.38						
28	5		38.97	3.88	40.60	3.52	44.62	4.10	19.64	2.25	34.97	3.05	22.15	2.87						
29	10		46.02	5.80	46.93	4.77	53.81	5.68	25.15	3.67	42.03	4.40	27.76	4.77						
30	20		53.92	8.45	53.82	6.35	64.18	8.31	31.78	5.79	50.20	6.31	34.35	7.52						
31	50		65.87	13.32	63.84	9.06	79.99	12.78	42.67	10.01	63.00	9.93	44.84	12.84						

Beregnet 11m 12m 15m 110m 130m 160m 13h 16h 112h 124h 148h dph dpd bv1 bv2

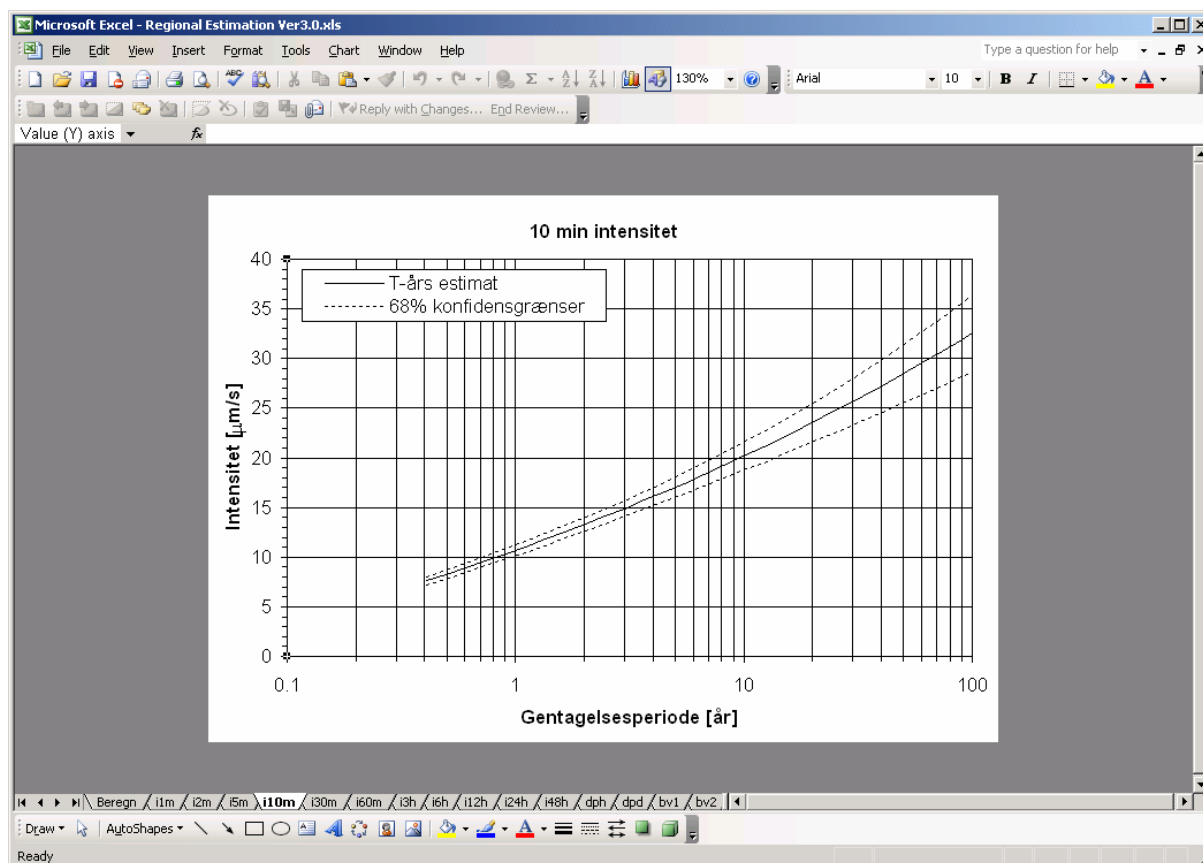
Draw AutoShapes

Ready

**Figur 1** Input til regnearket i form af årsmiddelnedbør og subregional placering. I arket angives de beregnede regionale  $T$ -års estimater  $z_T$  og tilhørende standard afvigelse  $S\{z_T\}$  for udvalgte gentagelsesperioder.

### 4. Output

I arket **Beregn** vises for de 17 analyserede nedbørsvariable de beregnede regionale estimater af  $T$ -års hændelsen og tilhørende standard afvigelse for udvalgte gentagelsesperioder, se Figur 1. Desuden vises for hver af de 17 variable et plot af  $T$ -års estimatet og tilhørende 68% konfidensinterval (svarende til  $\pm$  en standard afvigelse), se Figur 2.



**Figur 2** Regionalt  $T$ -års estimat for en af de analyserede nedbørsvariable med tilhørende approksimativt 68% konfidensinterval.

## 5. Referencer

Arnbjerg-Nielsen, K., Madsen, H. & Mikkelsen, P.S., 2006, Regional variation af ekstremregn i Danmark – Ny bearbejdning (1979-2005), Skrift 28, Spildevandskomitéen, Ingeniørforeningen i Danmark.

Keifer, C.J. & Chu, H.H., 1957, Synthetic storm pattern for drainage design, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Hy 4, 1332-1 – 1332-25.

Madsen, H., 1998, Ekstremregn i Danmark. Statistisk bearbejdning af nedbørsdata fra Spildevandskomitéens Regnmålersystem 1979-1996, Institut for Strømningsmekanik og vandressourcer samt Institut for Miljøteknologi, Danmarks Tekniske Universitet.

Madsen, H., 2002, Ekstremregn i Danmark. Supplement til Statistisk bearbejdning af nedbørsdata fra Spildevandskomitéens Regnmålersystem 1979-1996, Miljø & Ressourcer DTU, Danmarks Tekniske Universitet.

Madsen, H. & Arnbjerg-Nielsen, K., 2006, Statistisk bearbejdning af nedbørsdata fra Spildevandskomitéens Regnmålersystem 1979 – 2005, Styregruppen for Spildevandskomitéens Regnmålersystem, Endelig rapport, marts 2006.

Mikkelsen, P.S., Madsen, H., Arnbjerg-Nielsen, K., Jørgensen, H.K., Rosbjerg, D. & Harremoës, P., 1999, Regional variation af ekstremregn i Danmark. Skrift 26, Spildevandskomitéen, Ingeniørforeningen i Danmark, ISBN 87-89220-49-8.