



Regneark til regional estimation af T-års Hændelser af nedbørsvariable

Teknisk dokumentation og brugervejledning
Version 2.0

Henrik Madsen

August 2002

Miljø & Ressourcer DTU
Danmark Tekniske Universitet

Dette er en netpublikation, der kan downloades fra
<http://www.er.dtu.dk/publications/fulltext/2002/mr2002-043.pdf>

Udgivet af:

Miljø & Ressourcer DTU
Danmarks Tekniske Universitet
Bygningstorvet, Bygning 115
2800 Kgs. Lyngby
Tlf.: 4525 1610
Fax: 4593 2850
E-mail: library@er.dtu.dk

1. Indledning

I forbindelse med udgivelse af Spildevandskomiteens skrift nr. 26 ”Regional variation af ekstremregn i Danmark” (Mikkelsen et al., 1999) er der udarbejdet et regneark til beregning af regionale estimater af T -års hændelser af de i skriftet analyserede nedbørsvariable. I Version 2.0 er dette regneark blevet opdateret med regionale estimater for intensiteter med varighed på 1, 2 og 5 minutter.

Programmet kan benyttes til estimation af regionale T -års hændelser og tilhørende prediktionsusikkerheder på en vilkårlig lokalitet i Danmark som funktion af årsmiddelnedbøren og den subregionale placering (*Danmark udenfor København, København Øst* eller *København Vest*). I alt betragtes 17 forskellige nedbørsvariable, se Tabel 1. For en nærmere beskrivelse og definition af de analyserede nedbørsvariable henvises til (Mikkelsen et al., 1999) og supplement til baggrundsrapporten (Madsen, 2002).

Tabel 1 Oversigt over analyserede nedbørsvariable.

Nedbørsvariabel	Symbol
Maksimal middelintensitet, varighed 1 min.	i1m
Maksimal middelintensitet, varighed 2 min.	i2m
Maksimal middelintensitet, varighed 5 min.	i5m
Maksimal middelintensitet, varighed 10 min.	i10m
Maksimal middelintensitet, varighed 30 min.	i30m
Maksimal middelintensitet, varighed 60 min.	i60m
Maksimal middelintensitet, varighed 3 timer	i3h
Maksimal middelintensitet, varighed 6 timer	i6h
Maksimal middelintensitet, varighed 12 timer	i12h
Maksimal middelintensitet, varighed 24 timer	i24h
Maksimal middelintensitet, varighed 48 timer	i48h
Regndybde (dybde per hændelse)	dph
Døgnnedbør (dybde per døgn)	dpg
Bassinvolumen, afløbstal $a = 0.1 \mu\text{m/s}$	bv1
Bassinvolumen, afløbstal $a = 1.0 \mu\text{m/s}$	bv2
Overløbsvolumen, afløbstal $a = 0.1 \mu\text{m/s}$	ov1
Overløbsvolumen, afløbstal $a = 1.0 \mu\text{m/s}$	ov2

I det følgende gives en kort beskrivelse af beregningsproceduren, der ligger til grund for regnearket. Dernæst gives en vejledning til brug af regnearket, der beskriver det nødvendige input samt det beregnede output fra programmet.

2. Beregningsprocedure

I dette afsnit gives en oversigt over de benyttede formeludtryk og den anvendte beregningsgang til regional estimation af T -års hændelser. For en detaljeret beskrivelse af den regionale model og den grundlæggende statistiske analyse, der ligger til grund for modellen henvises til den tekniske baggrundsrapport (Madsen, 1998).

Et regionalt estimat af T -års hændelsen beregnes af følgende formel

$$\hat{z}_T = z_0 + \hat{\mu} \frac{1 + \hat{\kappa}}{\hat{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{1}{\hat{\lambda}T} \right)^{\hat{\kappa}} \right] \quad (1)$$

hvor z_0 er det benyttede afskæringsniveau til definition af ekstremværdiserien, λ er det gennemsnitlige antal årlige overskridelser over niveauet z_0 , μ er middelværdien af overskridelserne (middeloverskrideslen), og κ er en formparameter, der angiver formen af den regionale ekstremværdifordeling. En ”hat” angiver et regionalt estimat af den pågældende parameter.

Den regionale model af T -års hændelsen er baseret på regionale modeller af de indgående modelparametre λ , μ og κ . Det regionale estimat af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser $\hat{\lambda}$ bestemmes af årsmiddelnedbøren (ÅMN)

$$\hat{\lambda} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \text{ÅMN} \quad (2)$$

hvor $\hat{\beta}_0$ og $\hat{\beta}_1$ er de fra regressionsanalysen estimerede regressionsparametre. Den regionale model for middeloverskridelsen $\hat{\mu}$ baseres på følgende subregionale opdeling

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \hat{\mu}_0 & , \text{Danmark udenfor København} \\ \hat{\mu}_1 & , \text{København Øst} \\ \hat{\mu}_2 & , \text{København Vest} \end{cases} \quad (3)$$

Det regionale estimat af formparameteren κ regnes konstant i hele landet. De i (1) - (3) indgående parametre for de 17 analyserede nedbørsvariable er angivet i Tabel 2-4.

Usikkerheden på det regionale T -års estimat, prediktionsvariansen, beregnes af følgende formel

$$\text{Var}\{\hat{z}_T\} = \left(\frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \lambda} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\lambda}\} + \left(\frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \mu} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\mu}\} + \left(\frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \kappa} \right)^2 \text{Var}\{\hat{\kappa}\} \quad (4)$$

hvor de partielt afledede af z_T , bestemt af (1), er givet ved

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \lambda} &= \mu(1 + \kappa)T(\lambda T)^{-\kappa-1} \\ \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \mu} &= \frac{1 + \kappa}{\kappa} [1 - (\lambda T)^{-\kappa}] \\ \frac{\partial \hat{z}_T}{\partial \kappa} &= \mu(1 + \kappa) \left[\frac{1}{\kappa} (\lambda T)^{-\kappa} \ln(\lambda T) - \frac{1}{\kappa^2} [1 - (\lambda T)^{-\kappa}] \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Ved beregning af prediktionsvariansen indsættes de regionalt estimerede parametre i (5).

Prediktionsvariansen af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser, $Var\{\hat{\lambda}\}$, afhænger af årsmiddelnedbøren

$$Var\{\hat{\lambda}\} = Var\{\hat{\beta}_0\} + 2\hat{A}MN Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\} + \hat{A}MN^2 Var\{\hat{\beta}_1\} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (6)$$

hvor $Var\{\hat{\beta}_0\}$, $Var\{\hat{\beta}_1\}$ og $Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\}$ er varians-kovariansen af de estimerede regressionsparametre og $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ er residualvariansen. Prediktionsvariansen af middelloverskridelsen $Var\{\hat{\mu}\}$ afhænger af den subregionale opdeling

$$Var\{\hat{\mu}\} = \begin{cases} Var\{\hat{\mu}_0\} & , \text{Danmark udenfor København} \\ Var\{\hat{\mu}_1\} & , \text{København Øst} \\ Var\{\hat{\mu}_2\} & , \text{København Vest} \end{cases} \quad (7)$$

Prediktionsvariansen af formlparameteren, $Var\{\hat{\kappa}\}$, regnes konstant i hele landet. De i (4) - (7) indgående størrelser for de 17 analyserede nedbørsvariable er angivet i Tabel 2-4.

Ved brug af (1)-(7) kan T -års hændelser og tilhørende prediktionsusikkerheder for hver af de 17 betragtede nedbørsvariable estimeres på en arbitrær lokalitet i Danmark, hvor årsmiddelnedbøren og det subregionale tilhørsforhold er kendt. Årsmiddelnedbøren og den subregionale placering af de 41 stationer, der er benyttet til opbygning af den regionale model, er vist i Tabel 5.

Tabel 2 Afskæringsniveau samt regressionsparametre, varians-kovarians af regressionsparametrene og residualvariansen fra regression af det gennemsnitlige antal årlige overskridelser med årsmiddelnedbøren.

Variabel	z_0 [μm/s] [mm]	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$ [· 10 ⁻³]	$Var\{\hat{\beta}_0\}$	$Cov\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\}$ [· 10 ⁻⁴]	$Var\{\hat{\beta}_1\}$ [· 10 ⁻⁶]	$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$
i1m	15.8	0.477	4.32	0.890	-13.4	2.09	0.205
i2m	12.8	0.581	4.03	0.558	-8.36	1.30	0.0580
i5m	9.00	0.299	4.11	0.560	-8.29	1.29	0.0769
i10m	6.00	0.531	4.19	0.677	-9.95	1.55	0.120
i30m	3.20	0.0807	4.69	0.794	-11.7	1.83	0.181
i60m	2.10	0.428	4.15	0.799	-11.8	1.83	0.184
i3h	1.10	0.973	3.17	0.759	-11.2	1.74	0.172
i6h	0.730	-0.142	4.60	0.491	-6.88	1.08	0.0708
i12h	0.450	-1.40	6.11	0.404	-5.72	0.894	0.0428
i24h	0.260	-3.31	9.25	0.439	-6.16	0.964	0.0559
i48h	0.150	-4.19	11.2	0.533	-7.54	1.18	0.0753
dph	17.2	-0.594	5.80	0.483	-6.71	1.05	0.0537
dph	19.4	-2.43	8.30	0.522	-7.50	1.17	0.0704
bv1	17.0	-2.63	8.46	0.480	-6.85	1.07	0.0595
bv2	5.40	0.899	3.01	0.686	-10.2	1.59	0.142
ov1	15.0	-0.479	5.35	0.521	-7.33	1.15	0.0781
ov2	6.80	0.133	4.24	0.750	-11.2	1.74	0.169

Tabel 3 Regionalt estimat af middelloverskridelsen (i [$\mu\text{m/s}$] for intensitetsvariable og [mm] for de øvrige variable) og tilhørende prediktionsvarians (i [$(\mu\text{m/s})^2$] for intensitetsvariable og [$(\text{mm})^2$] for de øvrige variable) i de 3 subregioner.

Variabel	Danmark udenfor Kbh.		København Øst		København Vest	
	$\hat{\mu}_0$	$Var\{\hat{\mu}_0\}$	$\hat{\mu}_1$	$Var\{\hat{\mu}_1\}$	$\hat{\mu}_2$	$Var\{\hat{\mu}_2\}$
i1m	5.85	0.586	5.85	0.586	5.85	0.586
i2m	5.47	0.475	5.47	0.475	5.47	0.475
i5m	4.54	0.293	4.54	0.293	4.54	0.293
i10m	3.33	$1.20 \cdot 10^{-2}$	3.33	$1.20 \cdot 10^{-2}$	3.33	$1.20 \cdot 10^{-2}$
i30m	1.61	$3.04 \cdot 10^{-3}$	1.61	$3.04 \cdot 10^{-3}$	1.61	$3.04 \cdot 10^{-3}$
i60m	0.948	$1.25 \cdot 10^{-3}$	0.948	$1.25 \cdot 10^{-3}$	0.948	$1.25 \cdot 10^{-3}$
i3h	0.432	$6.04 \cdot 10^{-4}$	0.432	$6.04 \cdot 10^{-4}$	0.517	$5.74 \cdot 10^{-3}$
i6h	0.257	$3.26 \cdot 10^{-4}$	0.257	$3.26 \cdot 10^{-4}$	0.340	$2.30 \cdot 10^{-3}$
i12h	0.162	$1.70 \cdot 10^{-4}$	0.162	$1.70 \cdot 10^{-4}$	0.234	$8.05 \cdot 10^{-4}$
i24h	0.0940	$7.60 \cdot 10^{-5}$	0.131	$4.73 \cdot 10^{-4}$	0.131	$4.73 \cdot 10^{-4}$
i48h	0.0581	$2.49 \cdot 10^{-5}$	0.0756	$1.61 \cdot 10^{-4}$	0.0756	$1.61 \cdot 10^{-4}$
dph	7.14	0.420	9.33	2.83	9.33	2.83
dpd	7.03	0.249	9.95	2.35	9.95	2.35
bv1	8.99	0.882	13.7	5.73	13.7	5.73
bv2	4.46	$6.60 \cdot 10^{-2}$	4.46	$6.60 \cdot 10^{-2}$	4.46	$6.60 \cdot 10^{-2}$
ov1	6.53	0.328	8.94	2.34	8.94	2.34
ov2	4.91	$7.50 \cdot 10^{-2}$	4.91	$7.50 \cdot 10^{-2}$	4.91	$7.50 \cdot 10^{-2}$

Tabel 4 Regionalt estimat af formparameteren med tilhørende prediktionsvarians.

Variabel	$\hat{\kappa}$	$Var\{\hat{\kappa}\}$
i1m	-0.132	$1.06 \cdot 10^{-2}$
i2m	-0.101	$1.84 \cdot 10^{-2}$
i5m	-0.0616	$9.32 \cdot 10^{-3}$
i10m	-0.0620	$8.20 \cdot 10^{-4}$
i30m	-0.165	$7.50 \cdot 10^{-4}$
i60m	-0.134	$9.55 \cdot 10^{-4}$
i3h	-0.0806	$1.56 \cdot 10^{-3}$
i6h	-0.155	$1.82 \cdot 10^{-3}$
i12h	-0.134	$2.45 \cdot 10^{-3}$
i24h	-0.169	$2.30 \cdot 10^{-3}$
i48h	-0.106	$1.20 \cdot 10^{-2}$
dph	-0.162	$2.32 \cdot 10^{-3}$
dpd	-0.0769	$7.75 \cdot 10^{-3}$
bv1	-0.127	$3.11 \cdot 10^{-3}$
bv2	-0.192	$1.40 \cdot 10^{-2}$
ov1	-0.208	$1.94 \cdot 10^{-3}$
ov2	-0.138	$1.85 \cdot 10^{-2}$

Tabel 5 Årsmiddelnedbør (ÅMN) og subregional placering (0: *Danmark udenfor København*, 1: *København Øst*, 2: *København Vest*) af de 41 analyserede stationer, der er grundlaget for opbygning af den regionale estimationsmodel.

Station	ÅMN [mm]	Region	Station	ÅMN [mm]	Region	Station	ÅMN [mm]	Region
20211	655	0	29041	550	0	30318	620	2
20461	710	0	30031	620	0	30319	635	2
22361	660	0	30191	665	2	30321	645	2
22421	720	0	30201	675	0	30351	575	1
23127	695	0	30211	605	1	30352	575	1
23261	790	0	30221	640	2	30353	555	1
23321	765	0	30222	640	2	30411	580	0
24292	825	0	30311	610	1	30451	585	0
25171	775	0	30312	610	1	31031	545	0
26091	790	0	30313	595	1	31151	580	0
26481	670	0	30314	615	2	31231	595	0
28181	670	0	30315	655	2	31401	565	0
28184	650	0	30316	610	2	31511	600	0
28186	655	0	30317	640	2			

3. Input

Input i form af årsmiddelnedbør og subregional placering for den pågældende lokalitet indtastes i arket **Beregn**, se Figur 1. For de 41 analyserede stationer er årsmiddelnedbør og subregional placering jvf. Tabel 5 indtastet som scenarier, og de regionale estimater for disse stationer kan vises ved brug af scenarie funktionen under menuen **Funktioner (Tools)**.

Microsoft Excel - Regional estimation Ver. 2.0

FileEditViewInsertFormatToolsDataWindowHelp

Arial10

B*I*U

A39=

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1	Input																	
2																		
3	Årsmiddelnedbør (mm)	700																
4	Region	0																
5																		
6	Regioner:																	
7	Øvrige DK = 0																	
8	København Øst = 1																	
9	København Vest = 2																	
10																		
11																		
12	T-års estimat																	
13	Maksimal middeltensitet																	
14		1 min	2 min	5 min	10 min	30 min	60 min	3 timer	6 timer	12								
15	Gentagelsesperiode (T)	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	z_T	$S(z_T)$	
16	(år)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	($\mu\text{m/s}$)	
17	1	22.72	1.32	19.21	1.08	14.11	0.82	10.04	0.42	5.01	0.24	3.17	0.15	1.58	0.071	1.00	0.036	
18	2	27.07	2.10	23.20	1.98	17.35	1.35	12.43	0.50	6.22	0.29	3.87	0.18	1.89	0.087	1.19	0.050	
19	5	33.47	3.75	28.92	3.87	21.85	2.40	15.76	0.68	8.04	0.40	4.91	0.24	2.33	0.12	1.47	0.079	
20	10	38.85	5.57	33.62	5.92	25.43	3.49	18.40	0.89	9.61	0.53	5.78	0.32	2.69	0.16	1.71	0.11	
21	20	44.75	7.99	38.65	8.59	29.17	4.89	21.16	1.18	11.38	0.71	6.73	0.43	3.06	0.22	1.98	0.16	
22	50	53.43	12.25	45.87	13.20	34.36	7.22	25.00	1.68	14.05	1.04	8.14	0.62	3.59	0.31	2.39	0.24	
23	100	60.73	16.44	51.79	17.62	38.48	9.39	28.05	2.15	16.35	1.39	9.32	0.82	4.01	0.40	2.73	0.32	
24																		
25																		
26	Bassinvolumen																	
27	Gentagelsesperiode (T)	Regndybde	Døggnedbør	$a = 0.1 \mu\text{m/s}$	$a = 1.0 \mu\text{m/s}$	$a = 0.1 \mu\text{m/s}$	$a = 1.0 \mu\text{m/s}$											
28	(år)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	
29	1	25.43	1.06	27.68	1.03	27.09	1.43	9.81	0.74	21.94	0.98	11.99	0.88					
30	2	30.80	1.61	32.75	1.67	33.71	2.20	13.11	1.21	26.87	1.45	15.59	1.47					
31	5	38.88	2.70	39.88	3.12	43.40	3.69	18.20	2.50	34.58	2.40	20.91	3.05					
32	10	45.84	3.87	45.62	4.72	51.52	5.24	22.69	4.10	41.47	3.47	25.41	4.91					
33	20	53.62	5.42	51.68	6.77	60.38	7.26	27.82	6.37	49.43	4.82	30.35	7.44					
34	50	60.73	7.44	58.48	8.77	68.48	9.39	32.05	7.22	56.43	5.39	35.91	9.32					
35	100	67.31	10.40	64.79	11.62	75.48	12.20	36.48	9.39	63.43	5.39	39.32	12.20					

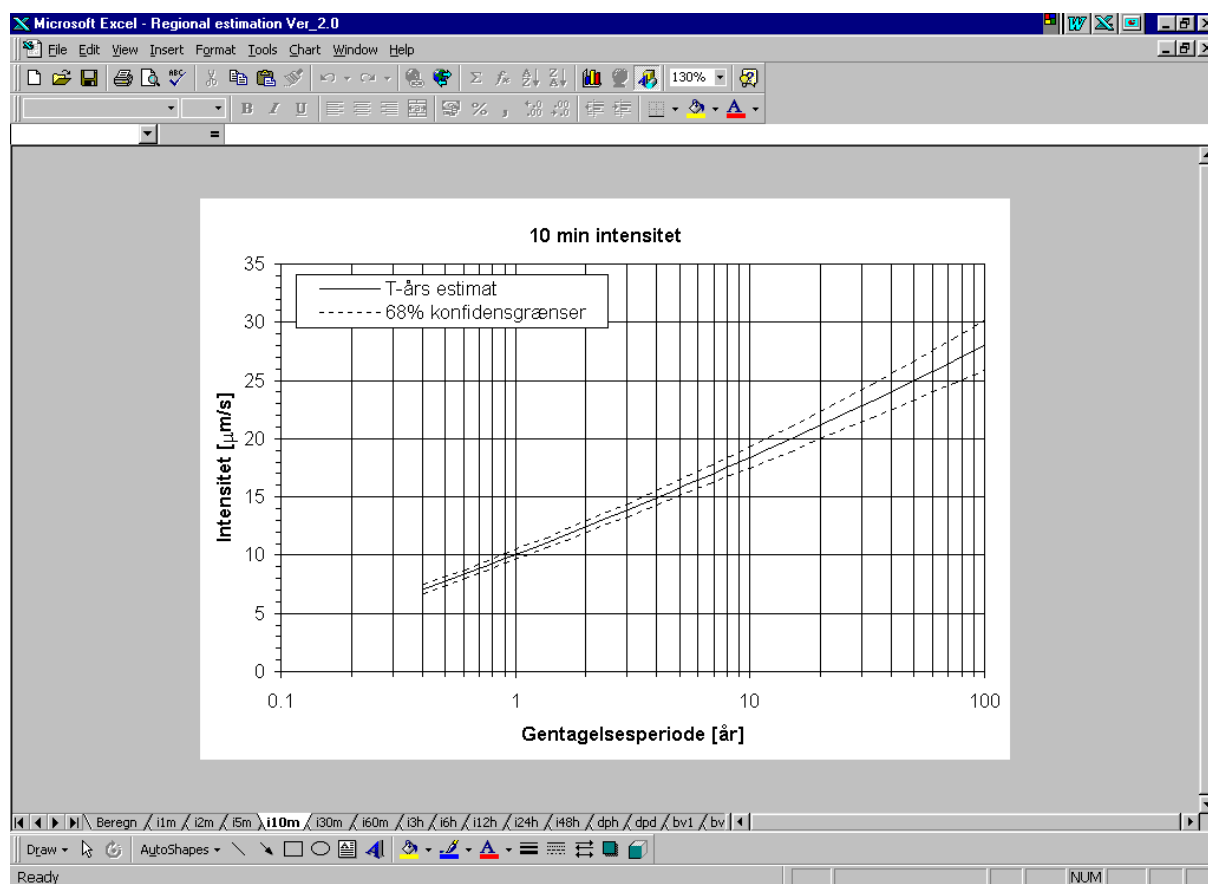
Beregning

11m12m15m110m130m160m13h16h112h124h148h14

Figur 1 Input til regnearket i form af årsmiddelnedbør og subregional placering. I arket angives de beregnede regionale T -års estimater z_T og tilhørende standard afvigelse $S\{z_T\}$ for udvalgte gentagelsesperioder.

4. Output

I arket **Beregn** vises for de 17 analyserede nedbørsvariable de beregnede regionale estimater af T -års hændelsen og tilhørende standard afvigelse for udvalgte gentagelsesperioder, se Figur 1. Desuden vises for hver af de 17 variable et plot af T -års estimatet og tilhørende 68% konfidensinterval (svarende til \pm en standard afvigelse), se Figur 2.



Figur 2 Regionalt T -års estimat for en af de analyserede nedbørsvariable med tilhørende approksimativt 68% konfidensinterval.

5. Referencer

Madsen, H., 1998, Ekstremregn i Danmark, Statistisk bearbejdning af nedbørsdata fra Spildevandskomiteens regnmålersystem 1979-96, Institut for Strømningsmekanik og Vandressourcer & Institut for Miljøteknologi, Danmarks Tekniske Universitet. www.er.dtu.dk/publications/fulltext/1998/imt1998-173.pdf.

Madsen, H., 2002, Ekstremregn i Danmark, Supplement til Statistisk bearbejdning af nedbørsdata fra Spildevandskomiteens regnmålersystem 1979-96, Miljø & Ressourcer DTU, Danmarks Tekniske Universitet. www.er.dtu.dk/publications/fulltext/2002/mr2002-042.pdf.

Mikkelsen, P.S., Madsen, H., Arnbjerg-Nielsen, K., Jørgensen, H.K., Rosbjerg, D., Harremoës, P., 1999, Regional variation af ekstremregn i Danmark, Ingeniørforeningen i Danmark – IDA, Spildevandskomiteen, skrift nr. 26.